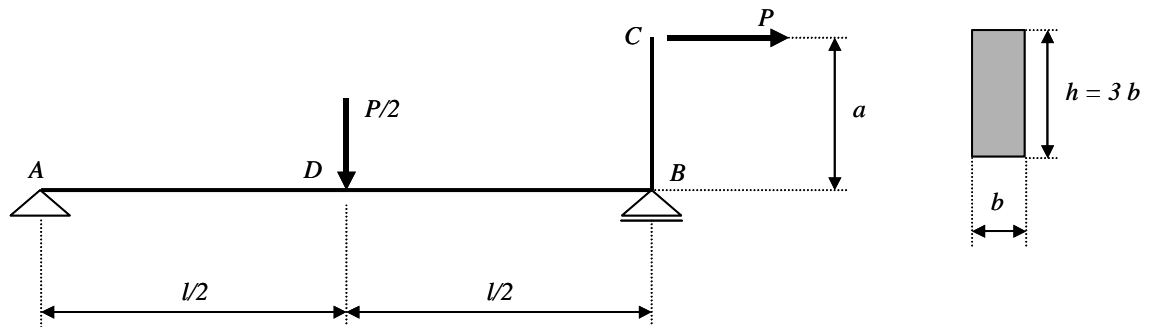


**Ejercicio N° 1- Enunciado**

Dado el elemento estructural construido en acero, según se observa en la figura 1.1:

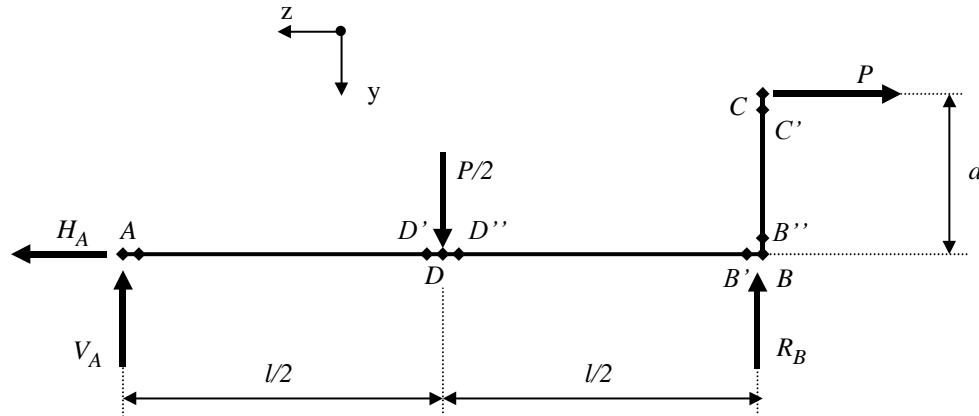
**Figura 1.1**

$l$	$a$	$P$	$\sigma_{adm}$
$m$	$m$	$kN$	$kN/cm^2$
1,20	0,30	20	14

**Tabla 1.1**

Se solicita:

1. Trazar los diagramas de esfuerzos característicos
2. Dimensionar el tramo horizontal, teniendo en cuenta la flexión compuesta
3. Determinar la posición del eje neutro
4. Trazar el diagrama de tensiones

**Ejercicio N° 1– Resolución****1. Trazado de los diagramas de esfuerzos característicos****Cálculo de las reacciones de vínculo****Figura 1.2**

$$\sum_{i=1}^n P_{iz} = 0$$

$$H_A - P = 0$$

$$H_A = P$$

$$H_A = 20 \cdot \text{kN}$$

$$\sum_{i=1}^n M_{i \ x}^A = 0$$

$$\frac{P}{2} \cdot \frac{l}{2} - R_B \cdot l + P \cdot a = 0$$

$$R_B = \frac{\frac{P}{2} \cdot \frac{l}{2} + P \cdot a}{l} = \frac{\frac{20}{2} \cdot \frac{1,20}{2} + 20 \cdot 0,30}{1,20}$$

$$R_B = 10 \cdot \text{kN}$$

$$\sum_{i=1}^n P_{iy} = 0$$

$$-V_A - R_B + \frac{P}{2} = 0$$

$$V_A = -R_B + \frac{P}{2} = -10 + \frac{20}{2}$$

$$V_A = 0 \cdot \text{kN}$$

Los signos positivos en los resultados de las incógnitas calculadas significan que los sentidos adoptados arbitrariamente al comienzo son coincidentes con los sentidos reales.

**Trazado de diagramas de esfuerzos característicos**

$$Q_{zy(A)} = -V_A = 0 \cdot kN$$

$$Mf_{x(A)} = 0 \cdot kNm$$

$$N_{z(A)} = H_A = 20 \cdot kN$$

$$Q_{zy(D')} = -V_A = 0 \cdot kN$$

$$Q_{zy(D'')} = -V_A + P = 0 + 10 = 10 \cdot kN$$

$$Mf_{x(D)} = 0 \cdot kN \cdot m$$

$$N_{z(D)} = H_A = 20 \cdot kN$$

$$Q_{zy(B')} = -V_A + \frac{P}{2} = 0 + 10 = 10 \cdot kN$$

$$Q_{zy(B'')} = -H_A = -20 \cdot kN$$

$$Mf_{x(B)} = -\frac{P}{2} \cdot \frac{l}{2} = -\frac{20}{2} \cdot \frac{1,20}{2} = -6 \cdot kN \cdot m$$

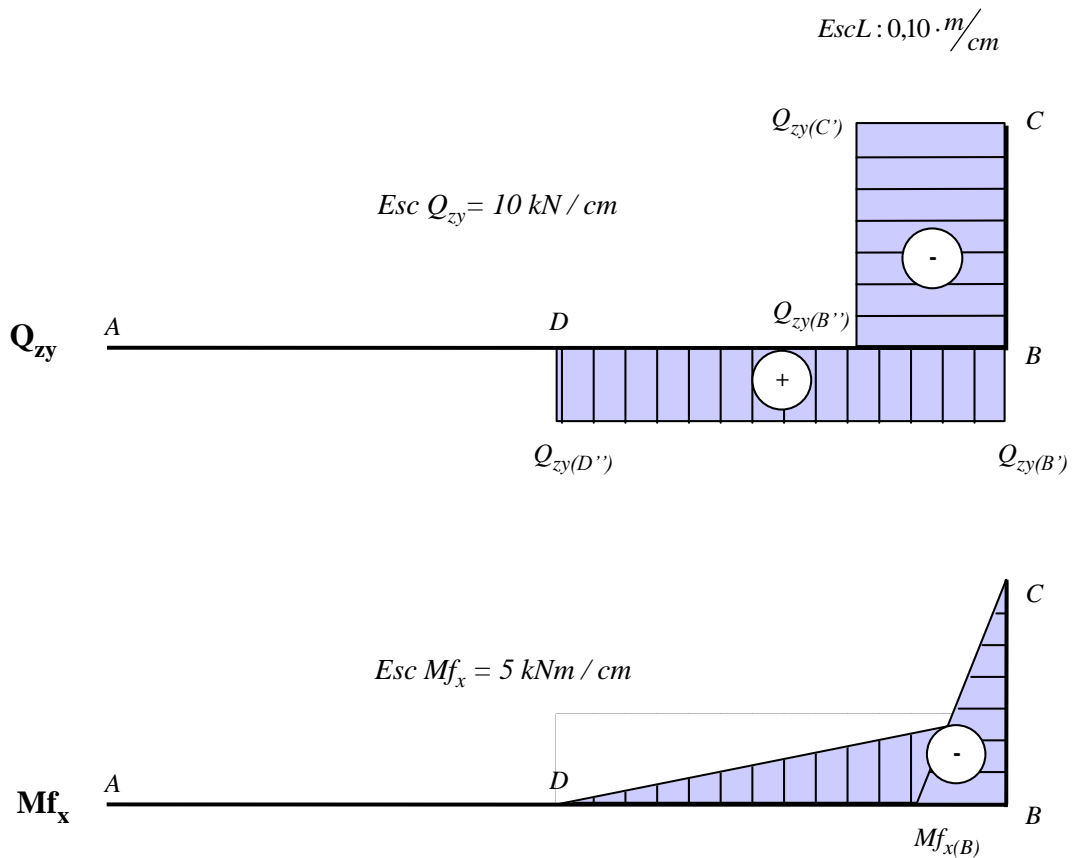
$$N_{z(B')} = H_A = 20 \cdot kN$$

$$N_{z(B'')} = 0 \cdot kN$$

$$Q_{zy(C')} = -H_A = -20 \cdot kN$$

$$Mf_{x(C')} = 0 \cdot kN \cdot m$$

$$N_{z(C')} = 0 \cdot kN$$



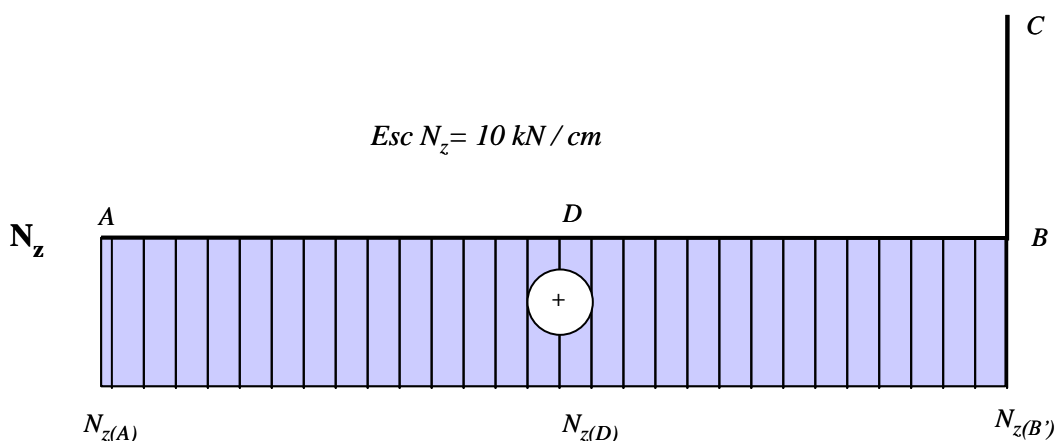


Figura 1.3

## 2. Dimensionado a flexión compuesta.

Se dimensiona para la sección más comprometida, que es aquella situada un infinitésimo a la izquierda del punto B. Se observa que siendo el momento flexor  $Mf_x$  negativo, la concavidad de la barra es hacia abajo y como, además, el esfuerzo  $N_z$  es positivo, en consecuencia, para dicha sección la máxima tensión normal  $\sigma_z$  ocurre en su fibra extrema superior 1, paralela al eje baricéntrico  $x_G$ . De acuerdo con este análisis, la expresión correspondiente será

$$\sigma_{z\max} = \sigma_{z(B')} = \frac{N_{z(B')}}{F} - \frac{Mf_{x(B)}}{W_x}$$

$$\sigma_{z\max} = \sigma_{z(B')} = \frac{N_{z(B')}}{\frac{h}{3} \cdot h} - \frac{Mf_{x(B)}}{\frac{h}{3} \cdot \frac{h^2}{6}} = \frac{1}{h^2} \left( 3 \cdot N_{z(B')} - \frac{18 \cdot Mf_{x(B)}}{h} \right) \quad (I)$$

El dimensionado se realiza por aproximaciones sucesivas. Se puede adoptar un valor provisorio de  $h$  que surja del siguiente análisis:

a) Por sollicitación axil:

$$\sigma_{adm} = \frac{N_{z(B')}}{F} = \frac{N_{z(B')}}{h \cdot \frac{h}{3}}$$

$$h = \sqrt{\frac{3 \cdot N_{z(B')}}{\sigma_{adm}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 20}{14}} = 2,07 \cdot cm$$

b) Por flexión simple

$$\sigma_{adm} = -\frac{Mf_{x(B)}}{W_x} = -\frac{Mf_{x(B)}}{\frac{h}{3} \cdot \frac{h^2}{6}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot Mf_{x(B)}}{\sigma_{adm}}} = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot (-600)}{14}} = 9,17 \cdot cm$$

Adoptando el mayor valor de  $h$  en (I), y considerando que  $\sigma_{z\max} = \sigma_{z(B')}$  toma el valor  $\sigma_{adm}$ , se obtiene que

$$\sigma_{adm} = \frac{1}{h^2} \cdot \left( 3 \cdot N_{z(B')} - \frac{18 \cdot Mf_{x(B)}}{h} \right)$$

$$h = \sqrt{\frac{\left( 3 \cdot N_{z(B')} - \frac{18 \cdot Mf_{x(B)}}{h} \right)}{\sigma_{adm}}} = \sqrt{\frac{\left( 3 \cdot 20 - \frac{18 \cdot (-600)}{9,17} \right)}{14}}$$

$$h = 9,40 \cdot cm$$

De acuerdo con la tabla de aceros planos (laminados en caliente), según la norma DIN 1017 se adopta:

$$h = 10 \cdot cm$$

$$b = 3 \cdot cm$$

En consecuencia:

$$F = b \cdot h = 3 \cdot 10 = 30 \cdot cm^2$$

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{3 \cdot 10^2}{6} = 50 \cdot cm^3$$

Verificación:

$$\sigma_{zmáx} = \sigma_{z(B')} = \frac{N_{z(B')}}{F} - \frac{Mf_{x(B)}}{W_x}$$

$$\sigma_{zmáx} = \frac{20}{30} - \frac{(-600)}{50}$$

$$\sigma_{zmáx} = 12,67 \cdot kN/cm^2$$

$$\sigma_{zmáx} \leq \sigma_{adm}$$

En definitiva, se verifica

### 3. Determinación de la posición del eje neutro

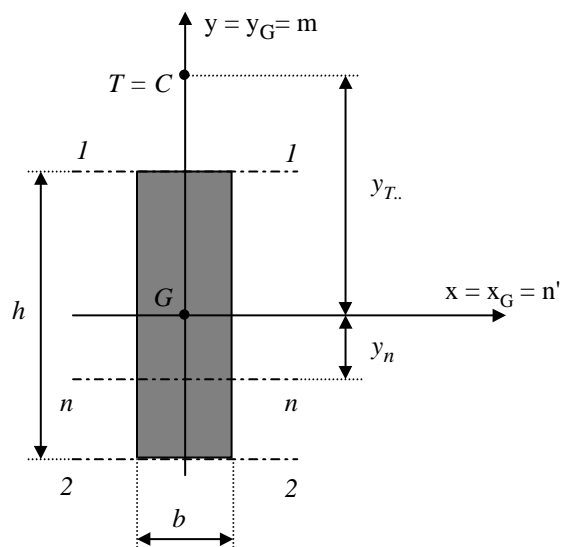


Figura 1.4

**Cálculo de  $J_{n'}$** 

El momento inercia del área de la sección  $J_{n'}$ , respecto del eje  $n'$  paralelo al neutro y baricéntrico, será:

$$J_{n'} = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{3 \cdot 10^3}{12} \quad J_{n'} = 250 \cdot cm^4$$

**Cálculo de  $i_{n'}$** 

$$i_{n'}^2 = \frac{J_{n'}}{F} = \frac{250}{30} = 8,33 \cdot cm^2$$

$$i_{n'}^2 = 8,33 \cdot cm^2 \quad i_{n'} = 2,89 \cdot cm$$

**Cálculo de  $W_{n'}$** 

Los módulos resistentes  $W_{n'}$  para las fibras 1-1 y 2-2 serán:

$$W_{n'1} = \frac{J_{n'}}{\frac{h}{2}} = \frac{250}{\frac{10}{2}} \quad W_{n'1} = 50 \cdot cm^3$$

$$W_{n'2} = \frac{J_{n'}}{\frac{h}{2}} = \frac{250}{\frac{10}{2}} \quad W_{n'2} = 50 \cdot cm^3$$

**Cálculo de la posición del eje neutro  $n$** 

Finalmente, la posición del eje neutro  $n$  puede determinarse como sigue:

$$y_T = -\frac{Mf_{x(B)}}{Nz_{(B')}} = -\frac{(-600)}{20} = 30 \cdot cm$$

$$y_T \cdot y_n = -i_{n'}^2$$

$$y_n = \frac{-i_{n'}^2}{y_T} = \frac{-8,33}{30}$$

$$y_n = -0,28 \cdot cm$$

Esto significa que el eje  $n-n$  es paralelo al eje  $x$ , pasando a una distancia de 0,28 cm de este, medidos en el sentido de  $y(-)$ .

**4. Trazado del diagrama de tensiones**

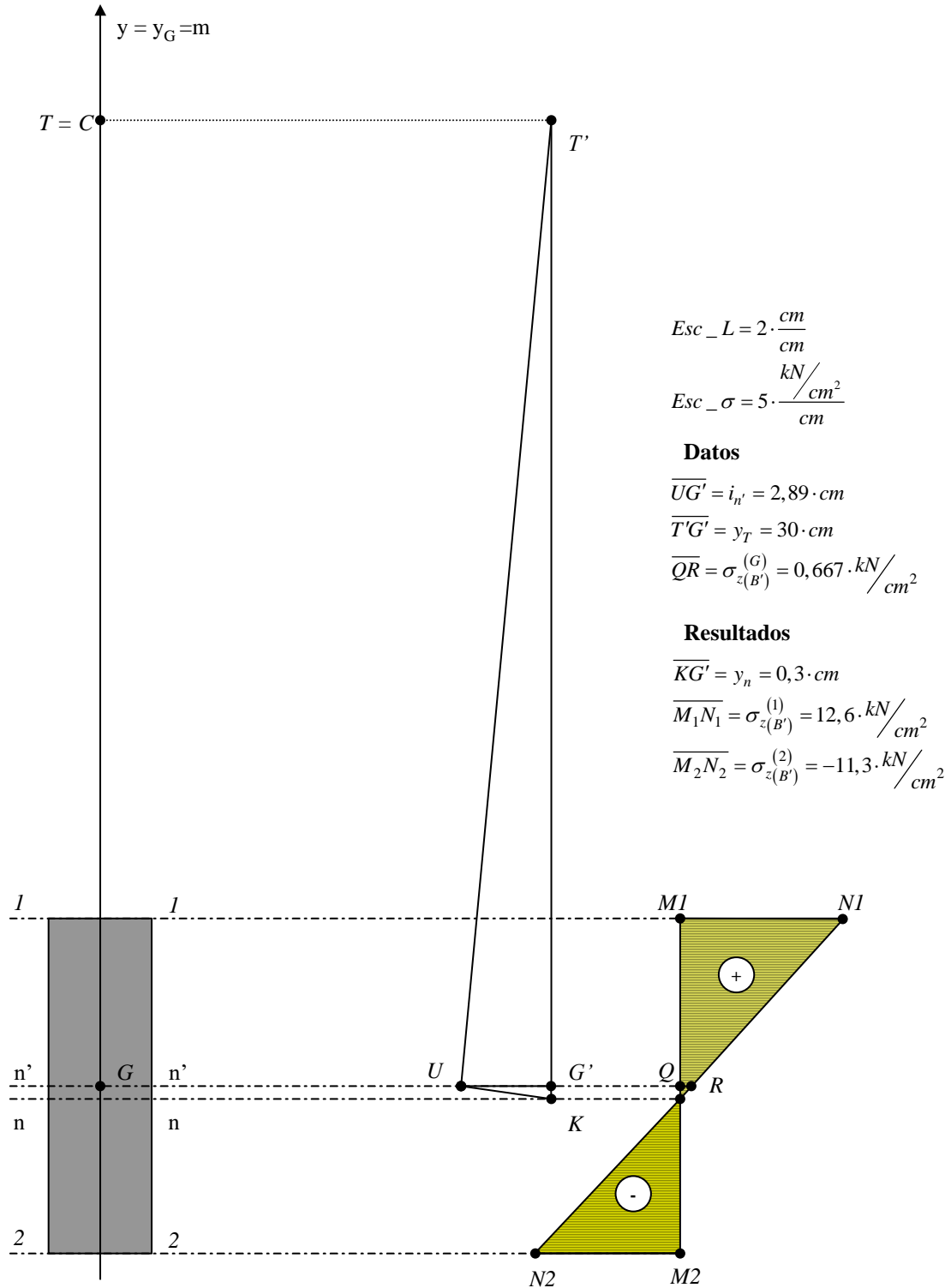


Figura 1.5

Como verificación de las tensiones obtenidas en el diagrama trazado se tiene:

$$\sigma_{z(B')}^{(1)} = \frac{N_{z(B')}}{F} - \frac{Mf_{x(B)}}{W_{n'}} = \frac{20}{30} - \frac{(-600)}{50} \quad \sigma_{z(B')}^{(1)} = 12,67 \cdot kN/cm^2$$

$$\sigma_{z(B')}^{(2)} = \frac{N_{z(B')}}{F} + \frac{Mf_{x(B)}}{W_{n'2}} = \frac{20}{30} + \frac{(-600)}{50} \quad \sigma_{z(B')}^{(2)} = -11,33 \cdot kN/cm^2$$